

Control en tiempo real basado en el enfoque difuso de Lyapunov para un sistema hidráulico

Jorge A. Moo de la Cruz, Jose A. Ruz Hernández, Ramon Garcia Hernández, María U. Suárez Durán, Francisco J. Miguel Reyes, Roberto C. Canto Canul

Facultad de Ingeniería
Universidad Autónoma del Carmen, UNACAR
Cd. del Carmen, Campeche, México
{jruz, rghernandez}@pampano.unacar.mx
{jorgealfredo_77, ma_ursula_sd, frajamir, rp_robert}@hotmail.com

Resumen— En este trabajo se propone modelar y controlar un sistema hidráulico de dos tanques acoplados. Se dispone solamente de la medición de la altura del agua en el segundo tanque por lo que se construye un observador de estado para estimar la altura del agua en el primer tanque y construir un controlador mediante el enfoque difuso de Lyapunov que permita seguir una referencia senoidal. Los resultados obtenidos manipulando una sola válvula a partir de la acción de control pero manteniendo constante la apertura de la segunda válvula son exitosos. La gráfica de la derivada de la función de Lyapunov muestra la estabilidad del controlador.

Palabras clave: Función de Lyapunov, Controlador Difuso, Observador, Seguimiento de Trayectorias.

I. INTRODUCCIÓN

La etapa más difícil en el diseño de controladores difusos es la construcción de la base de reglas. El proceso de extracción de conocimiento de los operadores humanos como normas de control difuso, no es trivial; derivar las reglas basadas en el análisis heurístico y una buena comprensión de la teoría de la planta y el controlador no es sencillo. Un enfoque para el diseño de reglas de control difuso se sugiere en, (Margaliot y Langholz, 1999a), (Margaliot y Langholz, 1999b) y (Margaliot y Langholz, 2001). El método, conocido como síntesis difusa de Lyapunov, extiende la síntesis clásica de Lyapunov hasta el dominio de la computación con palabras, y permite obtener de una forma sistemática, en vez de una forma heurística, el diseño y análisis de controladores difusos.

Si se supone un mínimo conocimiento acerca de la planta a controlar, el método propuesto nos permite derivar analíticamente las reglas difusas, que constituyen la base de reglas del controlador. En (Margaliot y Langholz, 1999a), este método de aplicación se ilustra mediante el diseño de tipo Mamdani y Takagi-Sugeno-Kang de tipo difuso para los controladores de dos conocidas plantas: sistema de péndulo invertido y un sistema de tanques, respectivamente. Sin embargo, los resultados sólo se obtienen a través de la simulación.

La computación con palabras se inspira en la extraordinaria capacidad humana para llevar a cabo una amplia variedad de tareas físicas y mentales sin ningún tipo de mediciones y cálculos, (Zadeh, 1996) y (Zadeh, 2002). Un enfoque para extraer reglas difusas de control basado en la percepción con la computación con palabras se presenta en (Zhou y Ruand, 2002). El enfoque se basa en la aplicación de números difusos y sus operaciones aritméticas. La síntesis difusa de Lyapunov, proporciona una descripción lingüística de la planta y el objetivo de control que se utiliza para diseñar un controlador difuso estable. Además, las reglas tradicionales de control difusas se pueden derivar sistemáticamente, en lugar de heurísticamente y su estabilidad puede garantizarse. El rendimiento y la aplicabilidad del método propuesto se ilustra a través de la aplicación práctica de control difuso.

En este artículo, se presenta la aplicación en tiempo real de la síntesis de método de Lyapunov en un sistema hidráulico compuesto por dos tanques. Este aparato se utiliza como una ayuda para enseñar la teoría de control lineal y para aplicaciones en tiempo real, tales como P, PI y PID. Sin embargo, se sabe que los controladores convencionales no tienen un buen rendimiento cuando se utilizan para seguir trayectorias (Tan y Panda, 2004). En este trabajo, se diseña un controlador mediante el método de aproximación de Lyapunov para solucionar el seguimiento de la trayectoria del nivel del tanque en el sistema hidráulico. Resultados en tiempo, real se incluye el diseño utilizando en el control difuso. Así mismo, se compara su desempeño contra el de un controlador PID continuo convencional.

Este trabajo se organiza de la siguiente manera: En la Sección 2, se presenta la teoría relacionada con el método de la síntesis difusa de Lyapunov como se describe en (Margaliot y Langholz, 1999a), (Margaliot y Langholz, 2000), (Zhou, 2002b), (Margaliot y Langholz, 2004), (Cazarez, 2005), (Mannani, 2005), (Castillo *et al*, 2006) y (Nyquist, 2002). La sección 3 describe el modelo matemático del sistema hidráulico, que se utiliza como la planta a aplicar el controlador diseñado. En la sección 4, se presenta el diseño de controlador de lógica difusa como los planteados en (Ruz *et al*, 2007) y (Reyes, 2008). Los resultados en tiempo real se discuten en la sección 5. Por último, las conclusiones se establecen en la sección 6.

II. DESARROLLO

El sistema mostrado en la Figura 1 consta de dos tanques acoplados marca Festo Didactic.

Donde

F_1 = flujo de entrada en tanque 1

F_2 = flujo de salida en tanque 1

F_3 = flujo de salida en tanque 2

F_4 = flujo de salida en válvula 2

Analizando los flujos de entrada y salida para ambos tanques por medio del principio de Bernoulli, tenemos:

$$F_1 = \alpha F_b = C_{V1} X_{V1} F_b \quad (1)$$

$$F_2 = K_1 \sqrt{h_1(t)} \quad (2)$$

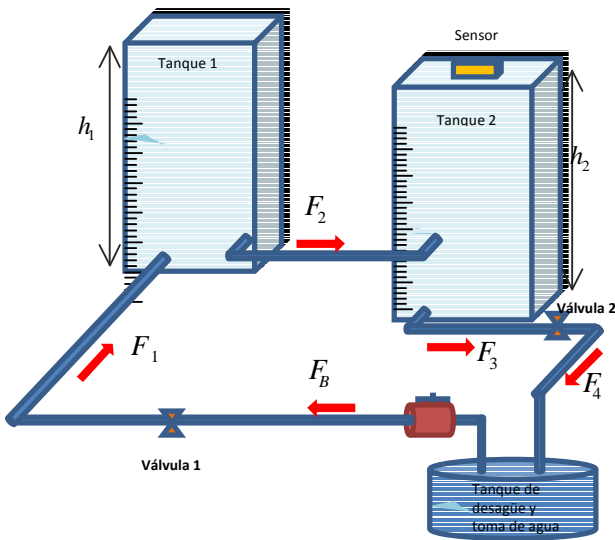


Figura 1. Sistema de tanques acoplados.

$$F_3 = K_2 \sqrt{h_2(t)} \quad (3)$$

$$F_4 = \alpha F_3 = C_{V1} X_{V1} F_3 \quad (4)$$

$$F_4 = \alpha F_3 = C_{V2} X_{V2} K_2 \sqrt{h_2(t)} \quad (5)$$

donde X_{V1} y X_{V2} son constantes de apertura de las válvulas 1 y 2. C_{V1} y C_{V2} son las constantes de flujo de las válvulas 1 y 2. K_1 y K_2 son ganancias estáticas y F_b el flujo de la bomba. Aplicando a los tanques, obtenemos las siguientes ecuaciones:

$$A_1 \dot{h}_1 = F_1 - F_2 = C_{V1} X_{V1} F_b - K_1 \sqrt{h_1(t)} \quad (6)$$

$$\dot{h}_1 = \frac{C_{V1} X_{V1} F_b}{A_1} - \frac{K_1 \sqrt{h_1(t)}}{A_1} \quad (7)$$

$$A_2 \dot{h}_2 = F_2 - F_4 = K_1 \sqrt{h_1(t)} - C_{V2} X_{V2} K_2 \sqrt{h_2(t)} \quad (8)$$

$$\dot{h}_2 = \frac{K_1 \sqrt{h_1(t)}}{A_2} - \frac{C_{V2} X_{V2} K_2 \sqrt{h_2(t)}}{A_2} \quad (9)$$

Para poder trabajar en espacio de estados, debemos linealizar las ecuaciones obtenidas por medio de las siguientes aproximaciones.

$$A = \begin{bmatrix} \left. \frac{\partial f_1}{\partial h_1} \right|_{(h_{01}, X_{V01})} & \left. \frac{\partial f_1}{\partial h_2} \right|_{(h_{02}, X_{V02})} \\ \left. \frac{\partial f_2}{\partial h_1} \right|_{(h_{01}, X_{V01})} & \left. \frac{\partial f_2}{\partial h_2} \right|_{(h_{02}, X_{V02})} \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$B = \begin{bmatrix} \left. \frac{\partial f_1}{\partial u_1} \right|_{(h_{01}, X_{V01})} & \left. \frac{\partial f_1}{\partial u_2} \right|_{(h_{02}, X_{V02})} \\ \left. \frac{\partial f_2}{\partial u_1} \right|_{(h_{01}, X_{V01})} & \left. \frac{\partial f_2}{\partial u_2} \right|_{(h_{02}, X_{V02})} \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$y = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_1 \\ h_2 \end{bmatrix} = h_2 \quad (12)$$

Aplicando (10) y (11) obtenemos:

$$A = \begin{bmatrix} -\frac{K_1}{2A_1 \sqrt{h_{01}(t)}} & 0 \\ \frac{K_1}{2A_2 \sqrt{h_{01}(t)}} & -\frac{C_{V2} K_2 X_{V02}}{2A_2 \sqrt{h_{02}(t)}} \end{bmatrix} \quad (13)$$

$$B = \begin{bmatrix} \frac{C_{V1} F_b}{A_1} & 0 \\ 0 & -\frac{C_{V2} K_2 \sqrt{h_{02}}}{2A_2} \end{bmatrix} \quad (14)$$

Las ganancias K_1 y K_2 se calcularon de manera experimental por medio de las siguientes ecuaciones usadas para cálculos preliminares:

$$v = \sqrt{2gh} \quad (15)$$

$$Q = vA \quad (16)$$

$$K = \frac{Q}{\sqrt{h}} \quad (17)$$

donde v es la velocidad real media del líquido a la salida del orificio, h es la distancia desde la superficie del líquido al centro del orificio y g es la aceleración de la gravedad. De

esta manera se calculó que $K_1=1.3 \times 10^{-4}$ y $K_2=7.8 \times 10^{-4}$. El valor de $F_b=3.75 \times 10^{-4}$. X_{v01} y X_{v02} se definieron como $X_{v01}=1$ y $X_{v02}=0.0054$. y los puntos de operación $h_{01}=0.195$ y $h_{02}=0.2$. Aquí se considera la simplificación del problema ya que la válvula 2 mantendrá su apertura constante, por lo que B es ahora

$$B = \begin{bmatrix} \frac{C_{V1}F_b}{A_1} \\ 0 \end{bmatrix}$$

Se pretende que la altura h_1 en el primer tanque siga una referencia senoidal manipulando la apertura de la válvula X_{v1} por lo que se requiere un observador para estimar h_1 y con base en su estimación diseñar el controlador difuso.

III. DISEÑO DEL OBSERVADOR.

Para estimar h_1 el observador tiene como entradas a $y = h_2$ y $u = X_{v1}$ se calcula por medio del método de Ackerman, donde:

$$l = O_{(c,A)}^{-1} (T^{-1})(\alpha - a)^T \quad (17)$$

$$O = \begin{bmatrix} c \\ cA \\ cA^2 \\ \vdots \\ cA^{n-1} \end{bmatrix} \quad (18)$$

$$T = \begin{bmatrix} 1 & a_1 & a_2 & \cdots & a_{n-1} \\ 0 & 1 & a_1 & \cdots & a_{n-2} \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & a_1 \\ 0 & \cdots & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (19)$$

$$a(s) = \det(sI - A) = s^n + a_1s^{n-1} + \cdots + a_n \quad (20)$$

$$\alpha(s) = \det(sI - A + lc) = s^n + \alpha_1s^{n-1} + \cdots + \alpha_n \quad (21)$$

$$a = [a_1 \ a_2 \ \cdots \ a_n] \quad (22)$$

$$\alpha = [\alpha_1 \ \alpha_2 \ \cdots \ \alpha_n] \quad (23)$$

donde l son las ganancias en lazo cerrado del observador, O es la matriz de observabilidad, T es una matriz de transformación, $a(s)$ es el polinomio característico del sistema y $\alpha(s)$ es el polinomio característico deseado.

Sea el polinomio característico del sistema $a(s) = s^2 + 0.0089s + 1.993 \times 10^{-5}$, y los polos $p_1 = -0.0046$ y $p_2 = -0.0044$, se proponen los polos del observador en $p_{o1} = -0.00555$ y $p_{o2} = -0.00587$. De esta manera las ganancias del observador son $l_1 = 2.8892 \times 10^{-4}$ y $l_2 = 0.0025$.

IV. DISEÑO DEL CONTROLADOR.

El controlador para la planta está basado en el Enfoque Difuso de Lyapunov, el cual se define como sigue:

Sean:

$$\dot{h} = F(h, u) \quad (24)$$

$$y = h(x) \quad (25)$$

$$V = \frac{1}{2}(e^2 + \dot{e}^2) \quad (26)$$

$$\dot{V} = e\dot{e} + \dot{e}\ddot{e} \quad (27)$$

donde e es el error entre la altura estimada del tanque 1, \hat{h}_1 y la referencia a seguir y_{ref} .

$$e = \hat{h}_1 - y_{ref} \quad (28)$$

Siendo V una función definida positiva y donde se requiere que \dot{V} sea definida negativa, por lo tanto:

$$\dot{V} < 0 \quad (29)$$

$$V > 0 \text{ para toda } e \neq 0 \quad (30)$$

$$V = 0 \text{ para } e = 0 \quad (31)$$

$$\dot{V} = e\dot{e} + \dot{e}\ddot{e} < 0 \quad (32)$$

Definiendo $\ddot{e} = w$ se tiene que:

$$e\dot{e} + \dot{e}\ddot{e} < 0 \quad (33)$$

$$e\dot{e} + \dot{e}w < 0$$

$$(e+w)\dot{e} < 0$$

De aquí partimos para obtener las reglas del controlador difuso

- Si e es positivo & \dot{e} es positivo, w es negativo.
- Si e es negativo & \dot{e} es negativo, w es positivo.
- Si e es positivo & \dot{e} es negativo, w es cero.
- Si e es negativo & \dot{e} es positivo, w es cero.

Ahora calculamos la señal de control como sigue.

$$\dot{e} = \hat{h}_1 - \dot{y}_{ref} \quad (34)$$

$$\dot{e} = -\frac{K_1}{2A_1\sqrt{h_{01}(t)}}\hat{h}_1 + \frac{C_{V1}F_b}{A_1}X_{V1} - \dot{y}_{ref} \quad (35)$$

Derivando (35)

$$\ddot{e} = -\frac{K_1}{2A_1\sqrt{h_{01}(t)}}\dot{h}_1 + \frac{C_{V1}F_b}{A_1}\dot{u} - \ddot{y}_{ref} \quad (36)$$

Sea $\ddot{e} = w$ y despejando \dot{u} se tiene

$$\dot{u} = \frac{A_{1b}}{C_{V1}F_b} \left[w + \ddot{y}_{ref} + \frac{K_1}{2A_1\sqrt{h_{01}(t)}}\dot{h}_1 \right] \quad (37)$$

de donde:

$$u = \int \left[\frac{A_{1b}}{C_{V1}F_b} (w + \ddot{y}_{ref}) + \frac{K_1}{2C_{V1}F_b\sqrt{h_{01}(t)}}\dot{h}_1 \right] \quad (36)$$

El controlador se implementó en Simulink (Figura 1) y w se diseñó con el toolbox de Fuzzy de Matlab. En la Tabla I se describen los valores utilizados para las funciones de membresía del controlador difuso.

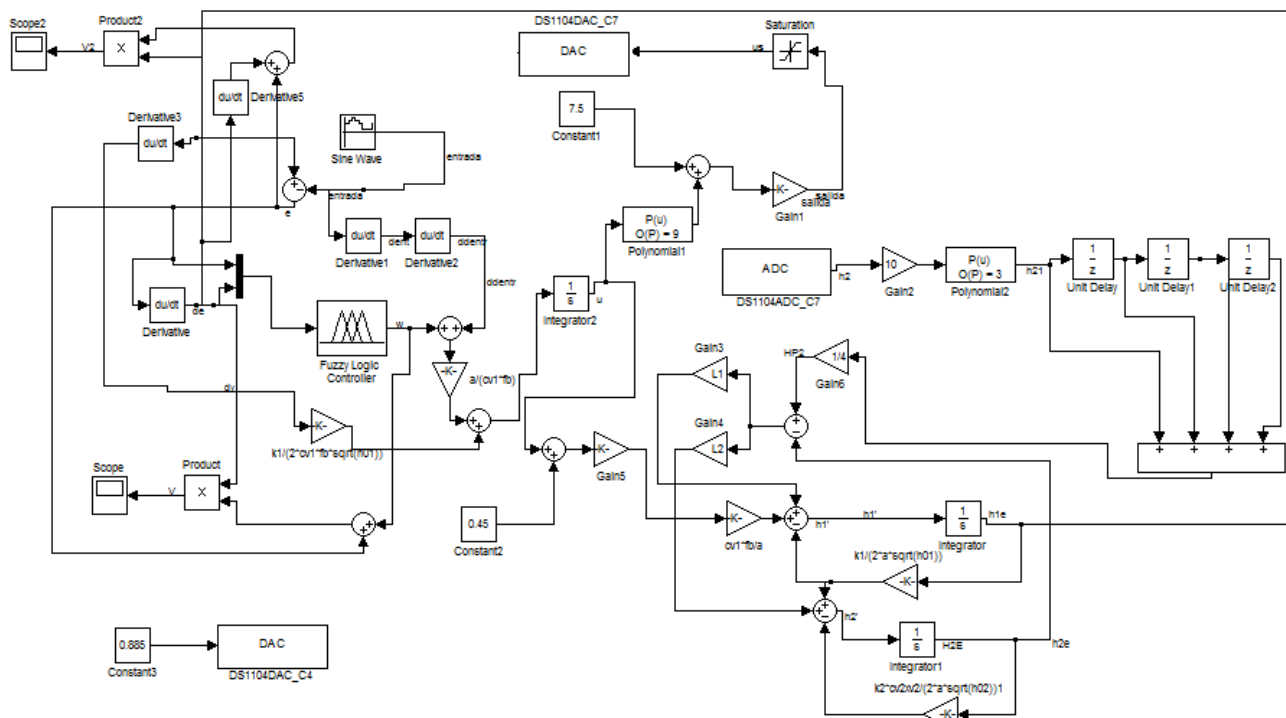


Figura 2. Controlador difuso y observador en Simulink.

Tabla I
Funciones de membresía del controlador difuso

Variable	Función	Tipo de función	Parámetros
Error	Negativo	zmf	[-5 0.001]
	Positivo	smf	[-0.001 5]
Derivada del error	Negativo	zmf	[-4 0.001]
	Positivo	smf	[-0.0001 4]
w	Negativo	zmf	[-5 -0.002]
	Cero	gaussmf	[0.002 0]
	Positivo	smf	[0.002 4]

IV. DISEÑO EXPERIMENTAL.

El sistema real del modelo de la Figura 3, se muestra a continuación:



Figura 3. Sistema de tanques acoplados.

La adquisición de datos y la implementación en tiempo real se realizaron a utilizando de la tarjeta Dspace Ds1104 (Figura 4) y Matlab.

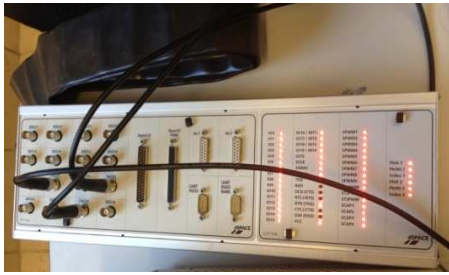


Figura 4. Tarjeta Dspace Ds1104.

V. RESULTADOS.

Se presentan en 3 etapas: la primera de ellas corresponde al sistema cuando es iniciado justo en el punto de operación en el cual fue linealizado, el cual coincide también con las condiciones iniciales del observador. Además se presentan otras gráficas como la señal del controlador, la señal de control y la función de Lyapunov. En las siguientes etapas se sitúan las condiciones iniciales por arriba y por debajo del punto de operación para ver la respuesta del controlador diseñado.

En la Figura 5 se observa el seguimiento de la señal senoidal de entrada contra la altura del tanque 1 estimada y en la Figura 5 el error entre ellas. En la Figura 6 se muestra la señal de control u de (36) y en la Figura 7 se muestra w la cual se obtiene del controlador difuso. En la Figura 8 se muestra la señal de la función de Lyapunov de (27). En la Figura 9 se muestra como se realiza el seguimiento cuando la altura del tanque 1 se sitúa por encima del punto de operación, en la Figura 10 la altura del agua del tanque 1 se localiza por debajo del punto de operación

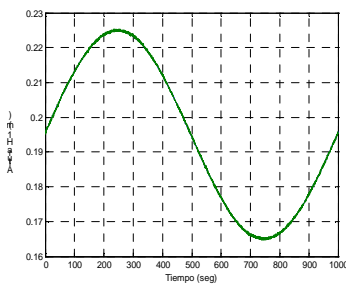


Figura 4. Señal de entrada vs Altura de tanque 1 (H1) calculada con el observador, tiempo en muestras.

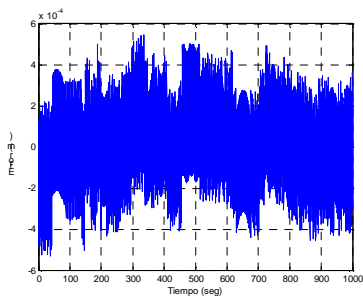


Figura 5. Error entre la señal de entrada y la altura de tanque 1 (H1) calculada con el observador

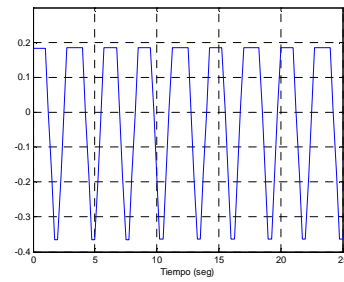


Figura 6. Señal de control, u (Volts)

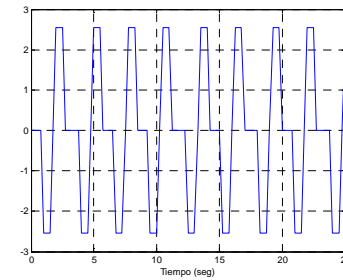


Figura 7. Salida del controlador difuso (W)

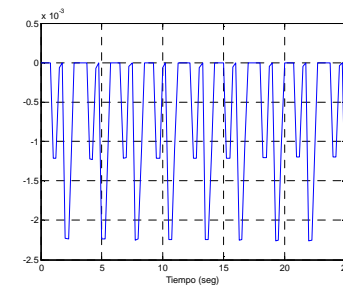


Figura 8. Gráfica de la función de Lyapunov (\dot{V})

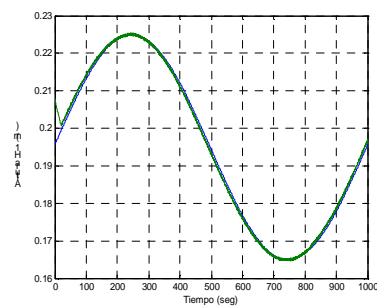


Figura 9. Respuesta del sistema cuando se sitúan las condiciones iniciales por arriba del punto de operación.

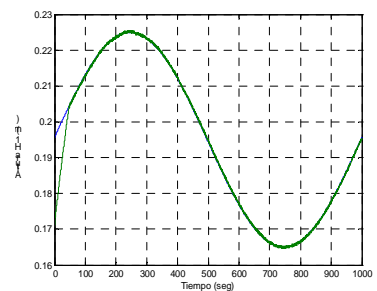


Figura 10. Respuesta del sistema cuando se sitúan las condiciones iniciales por debajo del punto de operación.

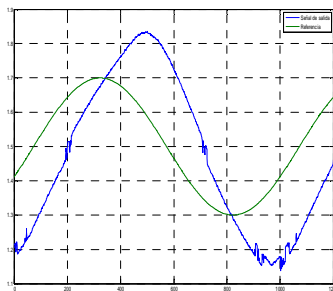


Figura 11. Señal de referencia (verde) y la señal de salida (azul) de un controlador PID

VI. CONCLUSIONES

La estrategia de seguimiento de trayectoria con el método difuso de Lyapunov resultó con mejor desempeño que el del controlador PID convencional.

El controlador se diseñó utilizando en la ley de control un término que contiene la estimación del nivel del agua en el primer tanque. Así mismo, la ley del control contiene un término difuso empleando el enfoque difuso de Lyapunov. Los resultados en tiempo real fueron exitosos y los autores están motivados a extender los resultados mediante el diseño de un observador difuso.

VII. AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen el soporte de la una UNACAR mediante el proyecto PR/61/2006. María U. Suárez Durán, Francisco J. Miguel Reyes y Roberto C. Canto Canul agradecen el apoyo del CONACYT a través de sus becas de postgrado para la realización de la M. en C. en Electrónica.

REFERENCIAS

- Margaliot M., and G. Langholz (1999a). Fuzzy Lyapunov-based approach to design of fuzzy controllers. *Fuzzy Sets and Systems*, Elsevier, No. 106, pp. 49-59.
- Margaliot M., and G. Langholz (1999b). Design and Analysis of Fuzzy Schedulers using Fuzzy Lyapunov Synthesis. *Third International Conference on Knowledge-Based Intelligent Information Engineering Systems*, Adelaide, Australia.
- Margaliot M., and G. Langholz (2001). Design and analysis of fuzzy schedulers using fuzzy Lyapunov synthesis. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, Volume 14, Issue 2, pp. 183-188.
- Zadeh, L. A. (1996). Fuzzy logic = computing with words. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, Vol. 4, Issue 2, pp. 103-111.
- Zadeh L. A. (2002). From computing with numbers to computing with words, from manipulation of measurements to manipulation of perceptions. *International Journal of Applied Mathematics and Computational Sciences*, Vol. 12, Issue 3, pp. 307-324.
- Zhou Ch., and D. Ruand (2002). Fuzzy control rules extraction from perception-based information using computing with

words. *Information Sciences*, Volume 142, Issues 1-4, pp. 275-290.

- Tan, C.K. and S. K. Panda (2004). Iterative Learning based Sliding mode Position Controller for Linear Permanent Magnet Brushless DC Servomotors. *Proceedings of the 30 th Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society*, Besan Koreae, pp.2864-2869.
- Margaliot M., and G. Langholz (1998). Adaptive Fuzzy Controller Design via Fuzzy Lyapunov Synthesis. *Proceedings of IEEE World Congress on Computational Intelligence*, Vol. 1, pp. 354-359.
- Margaliot M., and G. Langholz (2000). New approaches to fuzzy modeling and control: design and analysis. *World Scientific*, Singapore.
- Zhou C. (2002). Fuzzy-Arithmetic-Based Lyapunov Synthesis in the Design of Stable Fuzzy Controllers: A Computing-With-Words Approach. *International Journal of Applied Mathematics and Computational Sciences*, Vol. 12, No. 3, pp. 101-111.
- Margaliot M., and G. Langholz (2004). "Fuzzy control of benchmark problem: a computing with words approach. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*. Volume 12, Issue 2, pp. 230-235
- Cazarez N., O. Castillo, L. Aguilar, and S. Cardenas (2005). Lyapunov Stability on Type-2 Fuzzy Logic Control, *Proceedings of International Seminar on Computational Intelligence*. Mexico D.F, pp. 32-41.
- Mannani A., and H. A. Talebi (2005). A Fuzzy Lyapunov Synthesis-Based Controller for a Flexible Manipulator: Experimental Results. *Proceedings of the IEEE Conference on Control Applications*. Toronto, Canada, pp. 606-611.
- Castillo O., N. Cazarez, and P. Melin (2006). Design of Stable Type-2 Fuzzy Logic Controller based on a Fuzzy Lyapunov Approach. *Proceedings of the IEEE International Conference on Fuzzy Systems*, Vancouver, BC, pp.2331-2336.
- Nyquist H. (1928). Certain topics in telegraph transmission theory. *Trans. AIEE*, Vol. 47 , pp. 617-644. Reprint as classic paper in: *Proc. IEEE*, Vol. 90, No. 2, Feb 2002.
- Ruz-Hernandez, J.A., Rullan-Lara J. L., Garcia-Hernandez R., Reyes-Pacheco E., Sanchez, E. N. (2007). Trajectory Tracking Using Fuzzy-Lyapunov Approach: Application to a servotrainer. *Book Chapter of Theoretical Advances and Applications of Fuzzy Logic and Soft Computing*, *Advances on Soft Computing*, Vol. 42, pp. 710-718, Edit. By Castillo O. et al., Springer Verlag Berlin Heidelberg, Germany.
- Reyes-Pacheco E. (2008). Designing Fuzzy-Lyapunov Approach-based Stable Controllers for its Application to a Servotrainer (In Spanish). M. Sc. Thesis, Universidad Autonoma del Carmen, Facultad de Ingenieria, Cd. del Carmen, Campeche, Mexico.